

XIX Межрегиональная олимпиада школьников по математике и криптографии

Задачи для 8,9 классов

Решение задачи 1

Заметим, что $841=29^2$ и 29 – простое число. Теперь нетрудно сообразить, что существует $29(29-1)=812$ натуральных чисел, которые не превосходят число 841 и не имеют с ним общих делителей, отличных от 1 .

Ответ: 812.

Решение задачи 2

Заметим, четырёхкратный поворот грани ничего не изменяет, а трёхкратный поворот по часовой стрелке эквивалентен одному повороту против часовой стрелки. Таким образом, чтобы узнать, как были расположены буквы при шифровании, необходимо повернуть грань 1 – два раза; грань 2 – один раз (против часовой стрелки); грань 3 – один раз; грань 4 – не поворачивать; грань 5 – два и, наконец, грань 6 – один раз. После этого, исходя из расположения букв на полученном кубике, можно найти исходное сообщение, заменяя буквы шифртекста на буквы, стоящие в клетках против часовой стрелки. Отметим, что нет необходимости узнавать, куда перешли все написанные на кубе буквы. Достаточно узнать расположение букв шифртекста после описанных преобразований. После этого следует выделить клетку, следующую против часовой стрелки за клеткой с рассматриваемой буквой шифртекста. Затем необходимо осуществить обратное преобразование, и в выделенной клетке на исходном кубе окажется соответствующая буква открытого текста.

Ответ: Джероламо Кардано

Решение задачи 3

В условии задачи имеется 3 зашифрованных сообщения:

$$C_1 = M + K_G = \text{ЁЛИСУВШОЮЦОМЮВЫЗПЭЪМО};$$

$$C_2 = C_1 + K_C = M + K_G + K_C = \text{ЪЭЛВШРЕЭЭТЖЩОИГВФБСЦХ};$$

$$C_3 = C_2 - K_G = M + K_C = \text{ЖЪЫХЙТСЖЫАШШЬЯМЬШЗЪВГ},$$

где M – исходное сообщение, K_G – последовательность, выбранная Крокодилем Геней; K_C – последовательность, выбранная Чебурашкой. Тогда открытый текст можно найти следующим образом: $M = C_1 - C_2 + C_3$.

Ответ: ТИШЕ ЕДЕШЬ ДАЛЬШЕ БУДЕШЬ

количество раз. В результате получается угол, равный в градусах остатку от деления 360 на 67, т.е. 25° . Затем этот остаток раствором циркуля отложим наибольшее число раз на дуге, соответствующей центральному углу 67° (т.е. 2 раза). Получим остаток 17° и т.д. В итоге получится угол, равный 1° .

Способ 2. С помощью циркуля и линейки не составляет труда построить угол в 90° , а также угол в 30° и 60° . Кроме того, в условии дан угол в 67° . Искомый угол в 51° может быть построен, исходя из соотношения: $51^\circ = 67^\circ - 16^\circ$, поэтому достаточно научиться строить угол в 16° . Для этого можно заметить, что $16^\circ = 2 \cdot 90^\circ - 2 \cdot 67^\circ - 30^\circ$. Поэтому $51^\circ = 3 \cdot 67^\circ + 30^\circ - 2 \cdot 90^\circ$.

Для построения отрезков длины 101 и 73 можно заметить, что: $101 = 7 \cdot 71 - 4 \cdot 99$; $73 = 8 \cdot 71 - 5 \cdot 99$.

Решение задачи 6

Заметим, что на нечетных местах исходного текста могут появляться только цифры 0, 1, 2 и 3. Поэтому, если из одного шифртекста вычесть другой, зашифрованный с помощью той же последовательности, на нечетных местах разности могут получиться не любые цифры, а только 0, 1, 2, 3, 7, 8, 9, что будет являться критерием для выбора искомого цепочек.

Ответ: первая и вторая.